

# Vježba 3

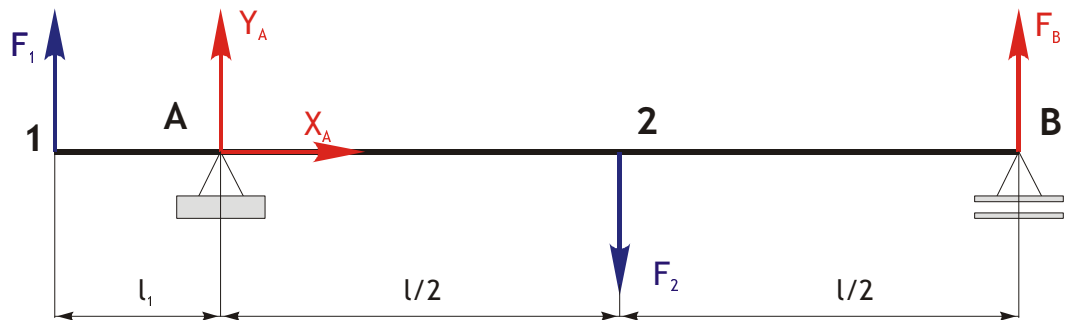
# Proračun vratila



Dimenzionisati vratilo elektromotora sledecih karakteristika:

Nominalna snaga	$P = 3\text{kW}$
Broj obrtaja	$n = 1400 \cdot \text{min}^{-1}$
Faktor neravnomernosti	$K_A = 1.2$

Shema opterecenja:



$F_1 = 500\text{N}$        $l_1 = 150\text{-mm}$   
 $F_2 = 200\text{N}$        $l = 400\text{-mm}$

## PRETHODNI PRORACUN VRATILA (dimenzionisanje vratila)

### Otpori oslonaca

Given

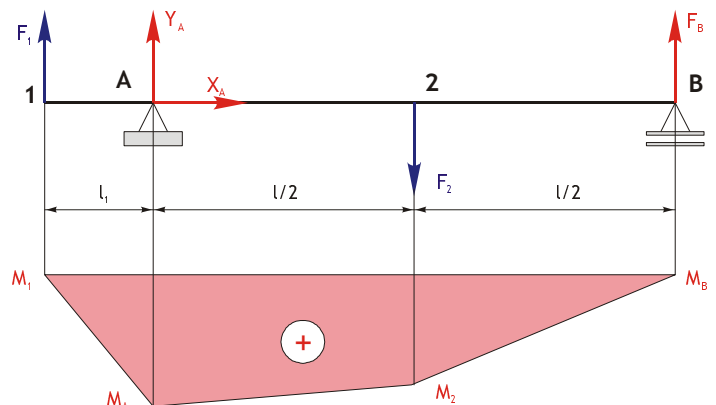
$$\begin{aligned} \sum X_i &= 0 & X_A &= 0 \\ \sum Y_i &= 0 & F_1 + Y_A - F_2 + F_B &= 0 \\ \sum M_A &= 0 & -F_1 \cdot l_1 - F_2 \cdot \frac{l}{2} + F_B \cdot l &= 0 \end{aligned}$$



Otpori oslonaca su       $X_A = 0\text{ N}$   
 $Y_A = -587.5\text{ N}$   
 $F_B = 287.5\text{ N}$

### Momenti savijanja u karakteristicnim presecima

$M_1 = 0 \cdot \text{N}\cdot\text{m}$   
 $M_A = F_1 \cdot l_1$        $M_A = 75\text{ N}\cdot\text{m}$   
 $M_2 = F_1 \cdot \left( l_1 + \frac{l}{2} \right) + Y_A \cdot \frac{l}{2}$        $M_2 = 57.5\text{ N}\cdot\text{m}$   
 $M_B = 0 \cdot \text{N}\cdot\text{m}$

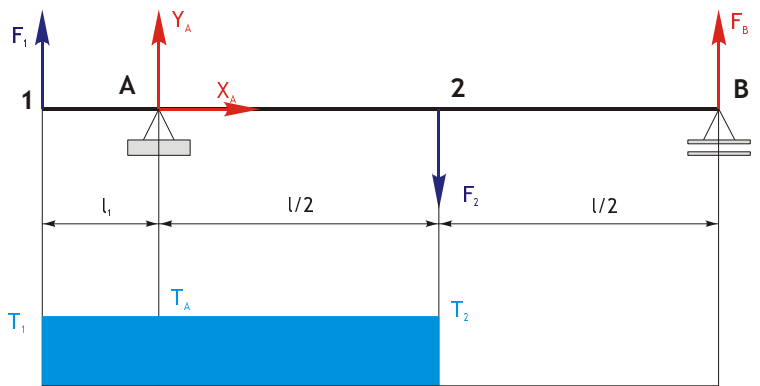


**Moment uvijanja u karakteristiknim preseccima**

Ugaona brzina	$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$	$\omega = 146.608 \text{ s}^{-1}$
Nominalni moment uvijanja	$T_n = \frac{P}{\omega}$	$T_n = 20.463 \text{ N}\cdot\text{m}$
Merodavni moment uvijanja	$T = K_A \cdot T_n$	$T = 24.555 \text{ N}\cdot\text{m}$

Moment uvijanja u karakteristiknim preseccima

$T_1 = T$	$T_1 = 24.555 \text{ N}\cdot\text{m}$
$T_A = T$	$T_A = 24.555 \text{ N}\cdot\text{m}$
$T_2 = T$	$T_2 = 24.555 \text{ N}\cdot\text{m}$
$T_B = 0 \cdot \text{N}\cdot\text{m}$	



**Idealni (svedeni) moment savijanja**

Materijal vratila **C.1530**

Savojna dinamička izdržljivost pri naizmenično promenljivom opterećenju (-1)

$$\sigma_{D(-1)s} = 320 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \text{Tab. 2.3. str. 44 ME1}$$

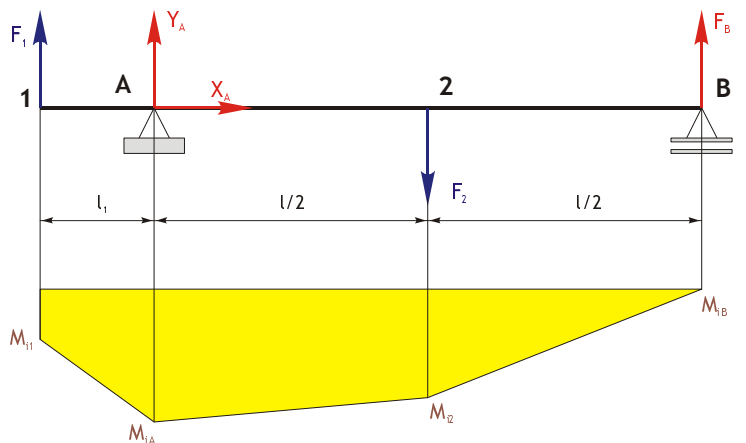
Uvojna dinamička izdržljivost pri jednosmernom promenljivom opterećenju (0)

$$\tau_{D(0)u} = 250 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \text{Tab. 2.3.str.44 ME1}$$

Koeficijent svodjenja napona  $\alpha = \frac{\sigma_{D(-1)s}}{2 \cdot \tau_{D(0)u}} \quad \alpha = 0.64$

Idealni momenti u karakteristiknim preseccima su:

$M_{i1} = T_1$	$M_{i1} = 24.555 \text{ N}\cdot\text{m}$
$M_{iA} = \sqrt{M_A^2 + (\alpha \cdot T_A)^2}$	$M_{iA} = 76.629 \text{ N}\cdot\text{m}$
$M_{i2} = \sqrt{M_2^2 + (\alpha \cdot T_2)^2}$	$M_{i2} = 59.609 \text{ N}\cdot\text{m}$
$M_{iB} = M_B$	$M_{iB} = 0 \text{ N}\cdot\text{m}$



**Dimenzionisanje vratila**

Stepen sigurnosti  $S_\sigma = 4$  za naizmenicno promenljivo opterecenje

Stepen sigurnosti  $S_\tau = 3$  za jednosmerno promenljivo opterecenje

Dozvoljeni napon na savijanje  $\sigma_d = \frac{\sigma_{D(-)s}}{S_\sigma}$   $\sigma_d = 80 \frac{N}{mm^2}$

Dozvoljeni napon na uvijanje  $\tau_d = \frac{\tau_{D(0)u}}{S_\tau}$   $\tau_d = 83.333 \frac{N}{mm^2}$

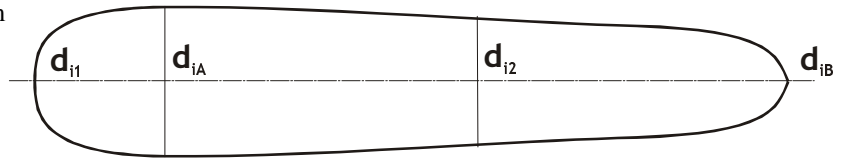
Idealni precnici vratila:

$d_{i1} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T_1}{\pi \cdot \tau_d}}$   $d_{i1} = 11.449 \text{ mm}$  Opterecen samo na uvijanje

$d_{iA} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{iA}}{\pi \cdot \sigma_d}}$   $d_{iA} = 21.368 \text{ mm}$

$d_{i2} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{i2}}{\pi \cdot \sigma_d}}$   $d_{i2} = 19.652 \text{ mm}$

$d_{iB} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_B}{\pi \cdot \sigma_d}}$   $d_{iB} = 0 \text{ mm}$  Opterecen samo na savijanje



Stvarni precnici vratila:

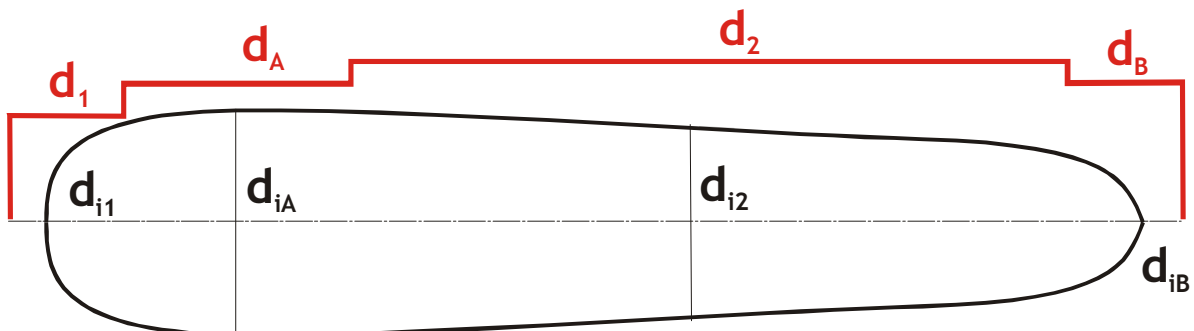
Zbog zleba za klin na mestu spojnice 1

$d_{1r} = 1.2d_{i1}$   $d_{1r} = 13.739 \text{ mm}$  standardizovati na veci  $d_1 = 20 \text{ mm}$

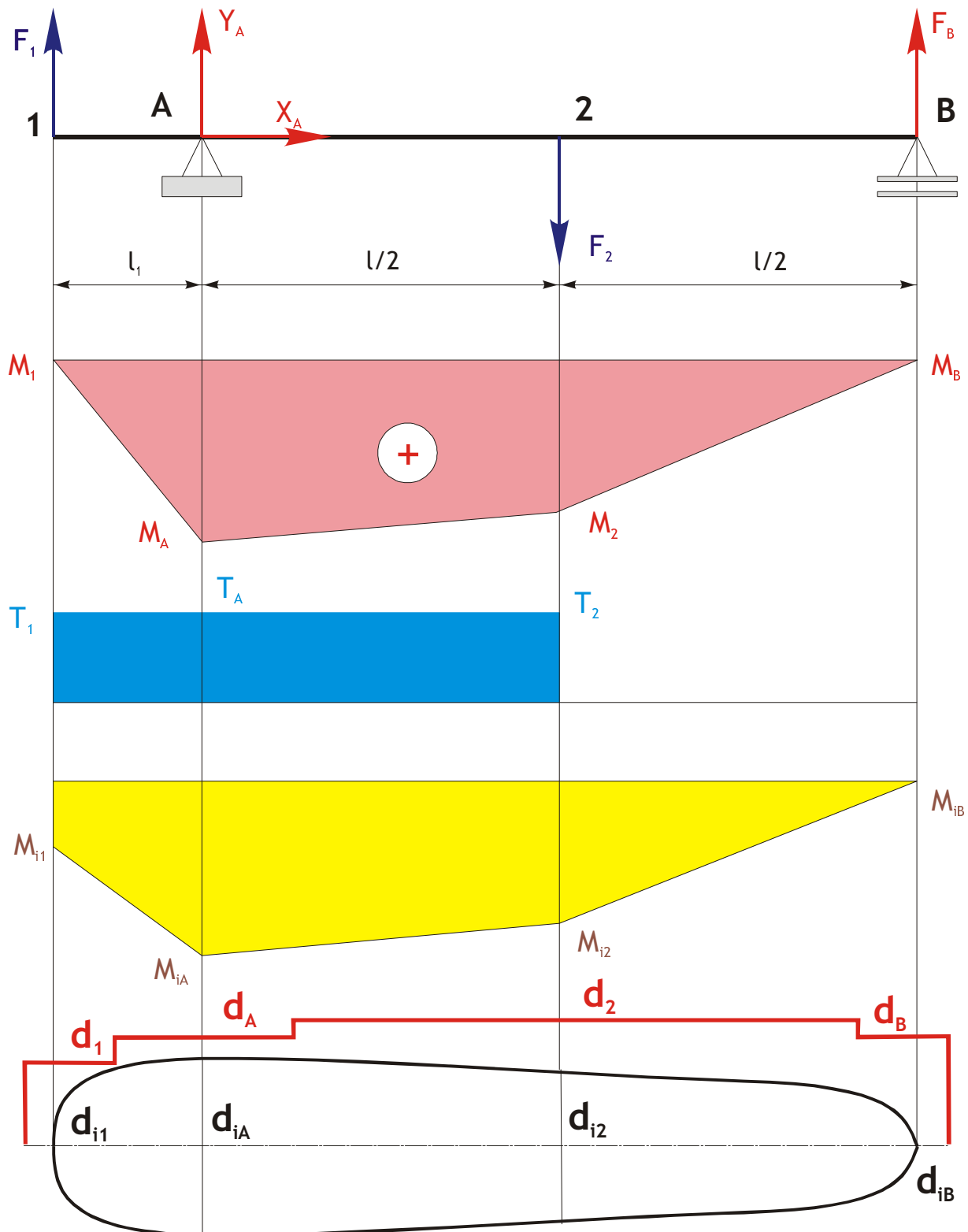
Na mestu lezaja A, precnik vratila treba uskladiti sa standardnim precnicima za lezaj  $d_A = 25 \text{ mm}$

Precnik vratila na mestu rotora elektromotora standardizovati na veci  $d_2 = 30 \text{ mm}$

Na mestu lezaja B, precnik vratila treba uskladiti sa standardnim precnicima za lezaj  $d_B = 25 \text{ mm}$



**Dijagrami**



Napomena: crtati u odgovarajucoj razmeri!

## PROVERA VRATILA NA DINAMICKU IZDRZLJIVOST (završni proračun)

Vrsimo u svim kritičnim preseccima

### Presek 1 (samo uvijanje)

Dubina zleba za klin

$$t = 3.5 \text{ mm}$$

Tab. 4.7. str. 107 ME 1

za

$$d_1 = 20 \text{ mm}$$

Poluprecnik zaobljenja zleba

$$r = 0.4 \text{ mm}$$

$$\text{Odnos} \quad \frac{r}{t} = 0.114$$

Geometrijski faktor koncentracije napona zbog zleba za klin

$$\alpha_k = 3.6$$

Sl. 2.12.c. str. 47 ME 1

Faktor osetljivosti materijala na koncentraciju napona

$$\eta_k = 0.7$$

str. 49 ME 1

Efektivni faktor koncentracije napona

$$\beta_{k\tau} = (\alpha_k - 1) \cdot \eta_k + 1 \quad \beta_{k\tau} = 2.82$$

Faktor velicine preseka

$$\xi_{1\tau} = 0.89$$

Tab. 2.4 str. 49 ME 1

za  $d_1 = 20 \text{ mm}$  i uvijanje

Faktor hrapavosti površine

$$\xi_2 = 0.91$$

Sl. 2.14 str. 50 ME 1

za finu obradu i

$$R_m = 700 \cdot \frac{N}{\text{mm}^2}$$

Aksijalni otporni moment preseka

$$W_{x1} = \frac{(d_1 - t)^3 \cdot \pi}{32}$$

$$W_{x1} = 441.013 \text{ mm}^3$$

Polarni otporni moment preseka

$$W_{01} = 2 \cdot W_{x1}$$

$$W_{01} = 882.027 \text{ mm}^3$$

Napon uvijanja

$$\tau_1 = \frac{T_1}{W_{01}}$$

$$\tau_1 = 27.84 \frac{N}{\text{mm}^2}$$

Kritični napon je dinamička izdržljivost

$$\tau_{D(0)M} = \tau_{D(0)u} \cdot \frac{\xi_{1\tau} \cdot \xi_2}{\beta_{k\tau}}$$

$$\tau_{D(0)M} = 71.8 \frac{N}{\text{mm}^2}$$

Stepen sigurnosti na uvijanje

$$S_{\tau 1} = \frac{\tau_{D(0)M}}{\tau_1} \quad S_{\tau 1} = 2.6$$

Dozvoljeni stepen sigurnosti

$$S_d = 1.5 \text{ do } 3$$

Usvojeni prečnik potpuno zadovoljava proveru stepena sigurnosti.

### Presek A (savijanje i uvijanje)

Radijus prelaza prečnika

$$\rho = 1 \text{ mm}$$

Odnos prečnika naslona i prečnika rukavca

$$\frac{d_2}{d_A} = 1.2$$

Odnos radijusa i prečnika rukavca

$$\frac{\rho}{d_A} = 0.04$$

Geom. faktor koncentracije napona zbog prelaza pri savijanju

$$\alpha_{k\sigma} = 2$$

Sl. 2.12a str. 47 ME 1

Geom. faktor koncentracije napona zbog prelaza pri uvijanju

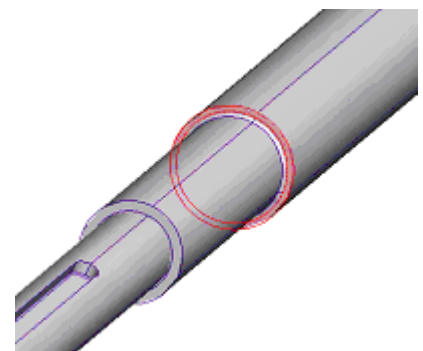
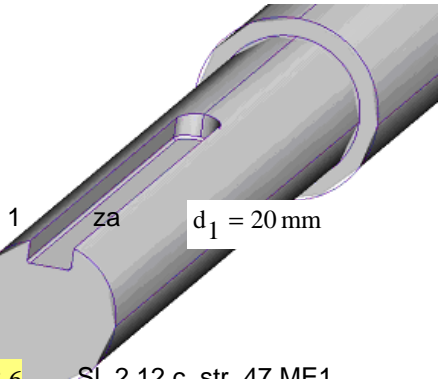
$$\alpha_{k\tau} = 1.6$$

Efektivni faktor koncentracije napona pri savijanju

$$\beta_{k\sigma} = (\alpha_{k\sigma} - 1) \cdot \eta_k + 1 \quad \beta_{k\sigma} = 1.7$$

Efektivni faktor koncentracije napona pri uvijanju

$$\beta_{k\tau} = (\alpha_{k\tau} - 1) \cdot \eta_k + 1 \quad \beta_{k\tau} = 1.42$$



Faktor velicine preseka pri savijanju	$\xi_{1\sigma} = 0.9$	Tab. 2.4 str. 49 ME 1	za	$d_A = 25 \text{ mm}$
Faktor velicine preseka pri uvijanju	$\xi_{1\tau} = 0.85$			
Faktor hrapavosti površine	$\xi_2 = 0.91$	Sl. 2.14 str. 50 ME 1	za finu obradu i	$R_m = 700 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$
Aksijalni otporni moment preseka	$W_{xA} = \frac{d_A^3 \cdot \pi}{32}$			$W_{xA} = 1.534 \times 10^3 \text{ mm}^3$
Polarni otporni moment preseka	$W_{0A} = 2 \cdot W_{xA}$			$W_{0A} = 3.068 \times 10^3 \text{ mm}^3$
Napon savijanja	$\sigma_A = \frac{M_A}{W_{xA}}$	$\sigma_A = 48.892 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$		
Napon uvijanja	$\tau_A = \frac{T_A}{W_{0A}}$	$\tau_A = 8.004 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$		
Kritični napon pri savijanju	$\sigma_{D(-1)M} = \sigma_{D(-1)s} \cdot \frac{\xi_{1\sigma} \cdot \xi_2}{\beta_{k\sigma}}$			$\sigma_{D(-1)M} = 154.165 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$
Kritični napon pri uvijanju	$\tau_{D(0)M} = \tau_{D(0)u} \cdot \frac{\xi_{1\tau} \cdot \xi_2}{\beta_{k\tau}}$			$\tau_{D(0)M} = 136.18 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$
Parcijalni stepen sigurnosti na savijanje	$S_{\sigma A} = \frac{\sigma_{D(-1)M}}{\sigma_A}$			$S_{\sigma A} = 3.2$
Parcijalni stepen sigurnosti na uvijanje	$S_{\tau A} = \frac{\tau_{D(0)M}}{\tau_A}$			$S_{\tau A} = 17$
Ukupni stepen sigurnosti vratila na mestu A	$S_A = \frac{S_{\sigma A} \cdot S_{\tau A}}{\sqrt{S_{\sigma A}^2 + S_{\tau A}^2}}$			$S_A = 3.1$

Dozvoljeni stepen sigurnosti  $S_d = 1.5$  do 3

Obzirom da je stepen sigurnosti preko dozvoljenog područja, mogli smo usvojiti nešto manji prečnik rukavca. Međutim, ograničeni smo prečnikom provrta lezaja, tako da imamo izbor ili 20 mm (sto je manje od idealnog i nebi zadovoljio stepen sigurnosti) ili usvojenih 25 mm.

### Presek 2 (savijanje i uvijanje)

U ovom preseku nema izvora koncentracije napona!

Efektivni faktor koncentracije napona pri savijanju  $\beta_{k\sigma} = 1$

Efektivni faktor koncentracije napona pri uvijanju  $\beta_{k\tau} = 1$

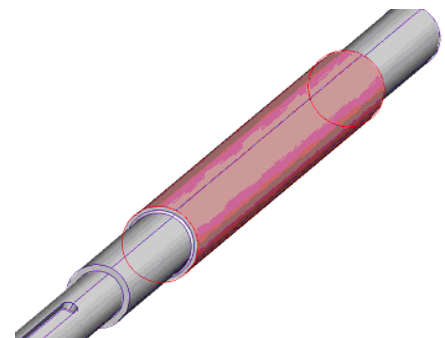
Faktor velicine preseka pri savijanju  $\xi_{1\sigma} = 0.88$  Tab. 2.4 str. 49 ME 1 za  $d_2 = 30 \text{ mm}$

Faktor velicine preseka pri uvijanju  $\xi_{1\tau} = 0.81$

Faktor hrapavosti površine  $\xi_2 = 0.85$  Sl. 2.14 str. 50 ME 1 za finu obradu i  $R_m = 700 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

Aksijalni otporni moment preseka  $W_{x2} = \frac{d_2^3 \cdot \pi}{32}$   $W_{x2} = 2.651 \times 10^3 \text{ mm}^3$

Polarni otporni moment preseka  $W_{02} = 2 \cdot W_{x2}$   $W_{02} = 5.301 \times 10^3 \text{ mm}^3$



Napon savijanja  $\sigma_2 = \frac{M_2}{W_{x2}} \quad \sigma_2 = 21.692 \frac{N}{mm^2}$

Napon uvijanja  $\tau_2 = \frac{T_2}{W_{02}} \quad \tau_2 = 4.632 \frac{N}{mm^2}$

Kritični napon pri savijanju  $\sigma_{D(-1)M} = \sigma_{D(-1)s} \cdot \frac{\xi_{1\sigma} \cdot \xi_2}{\beta_{k\sigma}} \quad \sigma_{D(-1)M} = 239.36 \frac{N}{mm^2}$

Kritični napon pri uvijanju  $\tau_{D(0)M} = \tau_{D(0)u} \cdot \frac{\xi_{1\tau} \cdot \xi_2}{\beta_{k\tau}} \quad \tau_{D(0)M} = 172.125 \frac{N}{mm^2}$

Parcijalni stepen sigurnosti na savijanje  $S_{\sigma 2} = \frac{\sigma_{D(-1)M}}{\sigma_2} \quad S_{\sigma 2} = 11$

Parcijalni stepen sigurnosti na uvijanje  $S_{\tau 2} = \frac{\tau_{D(0)M}}{\tau_2} \quad S_{\tau 2} = 37.2$

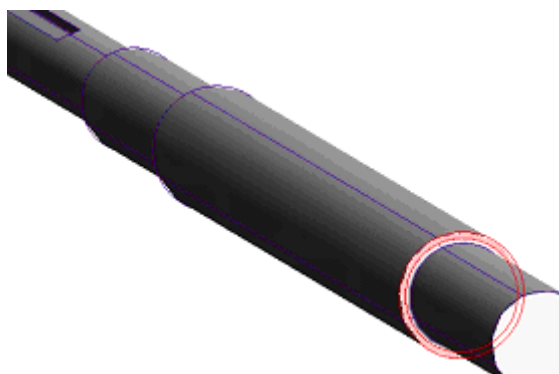
Ukupni stepen sigurnosti vratila na mestu A  $S_2 = \frac{S_{\sigma 2} \cdot S_{\tau 2}}{\sqrt{S_{\sigma 2}^2 + S_{\tau 2}^2}} \quad S_2 = 10.6 \quad \text{zadovoljava}$

Dozvoljeni stepen sigurnosti  $S_d = 1.5 \text{ do } 3$

Stepen sigurnosti pokazuje da je usvojeni prečnik 30 mm velik i da se može usvojiti manji. Međutim, da bi se lezaj provrta 25 mm mogao osloniti, prinudjeni smo na izbor većeg prečnika, dakle 30 mm.

**Presek B** (samo savijanje)

Obzirom da je radni napon u ovom preseku nula, stepen sigurnosti teži beskonačno. To znači da smo za prečnik mogli usvojiti proizvoljno malu vrednost, a provera stepena sigurnosti bi zadovoljila. Iz praktičnih razloga (jeftinija izrada i montaža), usvojili smo ovaj prečnik rukavca lezaja isti kao i u osloncu A.



Proračun vratila	Presek			
	1	A	2	B
d mm	20	25	30	25
$\alpha_{k\sigma}$	-	2	-	-
$\alpha_{k\tau}$	3,6	1,6	-	-
$\eta_k$	0,7	0,7	-	-
$\beta_{k\sigma}$	-	1,7	1	-
$\beta_{k\tau}$	2,82	1,42	1	-
$\xi_{1\sigma}$	-	0,9	0,88	-
$\xi_{1\tau}$	0,89	0,85	0,81	-
$\xi_2$	0,91	0,91	0,85	-
$W_x$ mm <sup>3</sup>	441	1534	2651	-
$W_0$ mm <sup>3</sup>	882	3068	5301	-
M Nm	0	75	57,5	0
T Nm	24,555	24,555	24,555	0
$\sigma$ N/mm <sup>2</sup>	0	48,9	21,7	0
$\tau$ N/mm <sup>2</sup>	27,8	8	4,6	0
$\sigma_{D(-1)M}$ N/mm <sup>2</sup>	-	154,2	239,4	-
$\tau_{D(0)M}$ N/mm <sup>2</sup>	71,8	136,2	172,1	-
$S_\sigma$	-	3,2	11	-
$S_\tau$	2,6	17	37,2	-
S	-	3,1	10,6	-

Tabelarni pregled završnog proračuna vratila